Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Oficina d'Accés a la Universitat

2026

Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

Sèrie 2

Indiqueu l'opció triada:

Exercici 4: Opció A ☐ Opció B ☐

Espai per a la correcció

Qualificació	
Exercici 1	
Exercici 2	
Exercici 3	
Exercici 4	
Suma de notes parcials	
Qualificació final	

Espai per a la revisió

Comprovació	2a correcció

Etiqueta de qualificació

Etiqueta de correcció

Etiqueta de l'estudiant

Ubicació del tribunal .....

Número del tribunal .....

L'examen consta de QUATRE exercicis obligatoris. Cada exercici val 2,5 punts. Feu els exercicis 1, 2 i 3 responent a TOTES les qüestions que s'hi plantegen. A l'exercici 4, trieu UNA de les dues opcions (A o B) proposades i indiqueu-la a la portada.

En totes les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què. Cal que la redacció de la resposta es faci de manera coherent, amb correcció i claredat, emprant la notació i el vocabulari matemàtic adequats i expressant la solució de manera clara.

Podeu utilitzar la pàgina en blanc del final del quadern per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a algun exercici si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de l'exercici corresponent.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Exercici 1

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 1	

Una empresa comercialitza un accessori tecnològic. Segons diversos estudis de mercat, la relació entre el preu de venda p (en euros) i la quantitat demanada setmanal $d(p)$ (en unitats) és donada per la funció $d(p) = 500 - 10p - p^2$, $\quad 0 < p < 15$.

Es defineix també l'ingrés setmanal de l'empresa com a $I(p) = p \cdot d(p)$.

1.1. Determineu el preu p que maximitza l'ingrés setmanal $I(p)$. Per a aquest preu, calculeu la quantitat demanada setmanal corresponent i el valor de l'ingrés màxim.

[1,5 punts]

Puntuació de l'apartat 1.1	

1.2. El concepte de l'elasticitat de la demanda respecte al preu mesura, com el seu nom indica, la sensibilitat de la quantitat demanada davant dels canvis relatius en el preu, i s'utilitza per a analitzar com responen els consumidors a les variacions de preus. Per a funcions derivables, l'elasticitat de la demanda respecte al preu és donada per l'expressió $E(p) = \frac{p}{d(p)} d'(p)$, en què $d'(p)$ denota la derivada de la funció $d(p)$.

Calculeu l'expressió de l'elasticitat de la demanda respecte al preu $E(p)$ i determineu-ne el valor per a un preu de 5 € i per a un preu de 10 €.

[1 punt]

Puntuació de l'apartat 1.2	

Exercici 2

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 2	

A l'Institut La Closa s'ha organitzat un viatge a Roma per a l'alumnat de segon de batxillerat, però no tots els alumnes hi han volgut anar. Alguns alumnes han organitzat, pel seu compte, un viatge alternatiu a Londres, mentre que d'altres han decidit no viatjar enlloc. Sabem que a segon de batxillerat hi ha un total de 84 alumnes i que el nombre d'alumnes que no han marxat enlloc és el triple del nombre d'alumnes que han anat a Londres.

2.1. Plantegeu i estudieu el sistema d'equacions corresponent. Es pot determinar el nombre d'alumnes que han anat a cada viatge i el nombre d'alumnes que no han marxat enlloc? Justifiqueu la resposta.

[0,75 punts]

Puntuació de l'apartat 2.1	

2.2. Resoleu el sistema anterior en funció del nombre d'alumnes que han anat a Londres. Deduïu que el nombre d'alumnes que no han marxat enlloc és un múltiple de 3 i que el nombre d'alumnes que han anat a Roma és un múltiple de 4.

[0,75 punts]

Puntuació de l'apartat 2.2	

2.3. Disposem ara d'una nova informació: si 4 alumnes dels que no han marxat enlloc s'haguessin afegit al viatge a Roma, aleshores el nombre d'alumnes que hauria anat a Roma hauria estat el doble del nombre d'alumnes que han anat a Londres i dels que no haurien marxat enlloc conjuntament. Es pot determinar ara quants alumnes han anat a cada viatge i quants no han marxat enlloc? Justifiqueu la resposta i, si és possible, trobeu aquestes quantitats.

[1 punt]

Puntuació de l'apartat 2.3	

Exercici 3

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 3	

En una assignatura d'un màster de dos anys, el 70 % dels estudiants són de primer curs i la resta són de segon curs. Segons dades de cursos anteriors, la probabilitat d'aprovar l'assignatura és del 60 % per als estudiants de primer curs i del 85 % per als de segon curs.

Fórmules per a resoldre l'exercici:

- $Z \sim \text{normal}\ (0, 1) \rightarrow P(-1{,}96 \leq Z \leq 1{,}96) = 0{,}95$ i $P(-2{,}58 \leq Z \leq 2{,}58) = 0{,}99$
- Intervals de confiança amb un nivell de confiança $\gamma \in (0, 1)$
  - per a la proporció (mostres grans):

$$\left[\hat{p} - z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]$$

  - per a la mitjana (mostres normals amb la variància σ^2 coneguda):

$$\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

  - per a la mitjana (mostres grans amb la variància σ^2 desconeguda):

$$\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}}\right]$$

3.1. Si escollim un estudiant a l'atzar, quina és la probabilitat que aprovi l'assignatura? Si sabem que un estudiant ha aprovat l'assignatura, quina és la probabilitat que sigui de primer curs?

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 3.1	

3.2. El professor vol estimar la nova proporció d'estudiants que aproven l'assignatura després d'introduir un nou mètode d'ensenyament. Per fer-ho, selecciona una mostra aleatòria de $n = 80$ estudiants i observa que 55 d'ells han aprovat.

Trobeu un interval de confiança del 95 % per a la proporció p d'aprovats amb el nou mètode. L'interval obtingut permet afirmar que el nou mètode ha millorat la taxa d'aprovats respecte de la situació anterior? Raoneu la resposta.

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 3.2	

Exercici 4

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 4	

Tres amics —la Carme, el Saïd i el Martí— van crear fa uns anys una petita associació dedicada a la divulgació de les matemàtiques. En aquesta associació organitzen tallers per a famílies, visiten escoles i instituts d'arreu del país, i imparteixen seminaris en línia.

El curs passat van dur a terme un total de 240 activitats, repartides en 96 tallers familiars, 84 xerrades en escoles o instituts i 60 seminaris en línia. Els dos primers tipus d'activitats són presencials, mentre que els seminaris en línia, evidentment, no ho són.

Trieu UNA de les dues opcions (A o B) i responeu a les qüestions que s'hi plantegen. **Indiqueu a la portada de l'examen l'opció escollida.**

OPCIÓ A

4.1. Aquest curs, durant una setmana concreta, el formulari d'inscripció del web de l'associació rep 15 inscripcions independents, cadascuna de les quals correspon a un dels tres tipus d'activitats.

Suposant que la distribució de les inscripcions es manté com el curs passat, calculeu la probabilitat que exactament 10 de les 15 inscripcions siguin per a activitats presencials.

Determineu el nombre esperat d'inscripcions a activitats presencials d'aquella setmana.

[1,5 punts]

Puntuació de l'apartat 4.1	

4.2. El curs passat, per a dur a terme les 240 activitats, els tres amics van decidir organitzar-se de manera que cada activitat fos duta a terme per una sola persona; és a dir, no hi havia activitats desenvolupades per més d'un d'ells. Si sabem que la Carme va participar en 30 activitats més que el Martí i que el Saïd va participar en 18 activitats més que el Martí, de quantes activitats es va encarregar cadascun dels tres amics?

[1 punt]

Puntuació de l'apartat 4.2	

OPCIÓ B

4.1. Per estudiar l'efecte d'una campanya de promoció dels tallers familiars d'aquest curs, els tres amics modelitzen el nombre de famílies inscrites mitjançant la funció $f(t)=\dfrac{100t}{t^2+4}$, en què t representa el nombre de dies des de l'inici de la campanya i $f(t)$ correspon al nombre de famílies inscrites aquell dia.

Hi ha algun dia en què el nombre de famílies inscrites sigui exactament 20? En cas afirmatiu, indiqueu quin.

Quin dia s'assoleix el nombre màxim de famílies inscrites? Quin és aquest nombre màxim?

[1,5 punts]

Puntuació de l'apartat 4.1	

4.2. Els tres amics també volen analitzar com es reparteixen entre ells la feina de preparació de les activitats. Per fer-ho, revisen com s'han organitzat durant una setmana concreta. En total, en aquest període han dedicat 24 hores a la preparació de tallers familiars, 21 hores a la preparació de xerrades en centres educatius i 15 hores a la preparació de seminaris en línia.

La distribució de la feina de preparació de cadascun dels tres tipus d'activitats és la següent:

— la Carme s'encarrega del 50 % de la preparació dels tallers familiars, del 30 % de la preparació de les xerrades en centres educatius i del 20 % de la preparació dels seminaris en línia;
— el Saïd s'encarrega del 30 % de la preparació dels tallers familiars, del 50 % de la preparació de les xerrades en centres educatius i del 20 % de la preparació dels seminaris en línia;
— el Martí s'encarrega del 20 % de la preparació dels tallers familiars, del 20 % de la preparació de les xerrades en centres educatius i del 60 % de la preparació dels seminaris en línia.

Agrupem aquesta informació en les matrius següents:

$$\boldsymbol{R} = \begin{pmatrix} 0{,}50 & 0{,}30 & 0{,}20 \\ 0{,}30 & 0{,}50 & 0{,}20 \\ 0{,}20 & 0{,}20 & 0{,}60 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{h} = \begin{pmatrix} 24 \\ 21 \\ 15 \end{pmatrix},$$

que corresponen a la matriu de repartiment percentual i al vector d'hores totals dedicades a la preparació de cada tipus d'activitat, respectivament.

Calculeu el vector $\boldsymbol{R} \cdot \boldsymbol{h}$ i interpreteu-ne el significat.

Quin dels tres amics ha dedicat més hores a la preparació d'activitats?

[1 punt]

Puntuació de l'apartat 4.2	

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a algun exercici.]

Comprovació i 2a correcció:

3a correcció:

Etiqueta de l'estudiant

IEC
Institut d'Estudis Catalans

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés.

SÈRIE 2

Exercici 1

a) Comencem calculant l'ingrés setmanal en funció del preu.

$$I(p) = p \cdot d(p) = p\,(500 - 10p - p^2) = 500p - 10p^2 - p^3,$$

per a valors de p tals que $0 < p < 15$.

Per a trobar el màxim, hem de calcular la derivada d'aquesta funció

$$I'(p) = 500 - 20p - 3p^2.$$

L'igualem a zero, $I'(p) = 0$,

$$500 - 20p - 3p^2 = 0.$$

I resolem l'equació de segon grau

$$p = \frac{20 \pm \sqrt{(-20)^2 - 4(-3)(500)}}{2(-3)} = \frac{20 \pm \sqrt{6400}}{2(-3)} = \frac{20 \pm 80}{-6}.$$

Trobem dues solucions, $-\frac{50}{3}$ i 10. En el context del problema, només té sentit la solució positiva $p = 10$ €.

Com que la derivada és contínua, per a comprovar que efectivament es tracta d'un màxim, estudiem el signe de la derivada abans i després d'aquest valor:

$$I'(9) = 77 \; i \; I'(11) = -83.$$

Observem, per tant, que la funció és creixent per a valors inferiors a $p = 10$ i és decreixent per a valors superiors. Per tant, a $p = 10$ hi trobem un màxim. La demanda quan $p = 10$ és

$$d(10) = 500 - 10 \cdot 10 - 10^2 = 300 \text{ unitats.}$$

I l'ingrés setmanal amb aquest preu serà

$$I(10) = 10 \cdot 300 = 3\,000\,€.$$

Hem obtingut, per tant, que l'ingrés màxim s'obté amb un preu de 10 €, amb el qual obtenim una demanda de 300 unitats i uns ingressos de 3 000 €.

b) Per tal de calcular l'elasticitat-preu comencem calculant la derivada de la demanda

$$d'(p) = -10 - 2p.$$

Ara apliquem la fórmula que ens donen per a trobar l'elasticitat-preu de la demanda

$$E(p) = \frac{p}{d(p)} qd'(p) = \frac{p \cdot (-10 - 2p)}{500 - 10p - p^2}, \qquad 0 < p < 15.$$

Ara calculem el valor de l'elasticitat de la demanda per als dos preus que ens demanen.

$$E(5) = -\frac{4}{17} = -0{,}2353$$

i

$$E(10) = -1.$$

Observem que el valor de l'elasticitat de la demanda és de -0,2353 per a un preu de 5 € i de -1 per a un preu de 10 €.

Criteris de correcció:

Cal que la redacció de la resposta s'hagi fet de manera coherent, amb correcció i claredat, emprant la notació i el vocabulari matemàtic adequats i expressant la solució de manera clara.

a) Obtenció de l'equació de l'ingrés setmanal: 0,25 punts. Càlcul de la derivada: 0,25 punts. Obtenció del màxim: 0,25 punts. Justificació de l'afirmació que es tracta d'un màxim: 0,25 punts. Obtenció de la demanda associada a aquest preu: 0,25 punts. Obtenció de l'ingrés associat a aquest preu: 0,25 punts.

b) Obtenció de l'expressió que dona l'elasticitat de la demanda: 0,5 punts. Càlcul del valor de l'elasticitat de la demanda pels preus de 5 € i de 10 €: 0,25 punts, cadascun.

Exercici 2

a) Considerem les variables x, y i z, que corresponen al nombre d'alumnes que han anat a Roma, que han anat a Londres i que no han marxat enlloc, respectivament. Obtenim el següent sistema d'equacions:

$$\begin{cases} x + y + z = 84 \\ 3y - z = 0 \end{cases}$$

Apliquem el mètode de Gauss prenent les variables en l'ordre x, y i z i obtenim la matriu:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 84 \\ 0 & 3 & -1 & 0 \end{array}\right)$$

Clarament, es tracta d'un sistema compatible indeterminat, ja que tenim dues equacions i tres incògnites. Per tant, no és possible determinar quants alumnes han anat a cada viatge i quants no han marxat.

b) Resolem el sistema anterior fent servir com a paràmetre la variable y, obtenim $z = 3y$ i $x = 84 - y - z = 84 - 4y = 4(21 - y)$. Veiem clarament que, efectivament, el nombre d'alumnes que no han marxat enlloc, z, és múltiple de 3 i que el nombre d'alumnes que han anat a Roma, x, és múltiple de 4.

c) Ara afegim la informació nova. El sistema que obtenim és:

$$\begin{cases} x + y + z = 84 \\ 3y - z = 0 \\ x + 4 = 2(y + z - 4) \end{cases}$$

Que és equivalent a:

$$\begin{cases} x + y + z = 84 \\ 3y - z = 0 \\ x - 2y - 2z = -12 \end{cases}$$

Si apliquem el mètode de Gauss, tenim:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 84 \\ 0 & 3 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & -2 & -12 \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 84 \\ 0 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & -3 & -96 \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 84 \\ 0 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & -96 \end{array}\right)$$

Observem que es tracta d'un sistema compatible determinat. Resolent-lo, s'obté la solució $z = 24$, $y = 8$ i $x = 52$.

Per tant, obtenim que 52 alumnes han anat a Roma, 8 han anat a Londres i 24 no han marxat enlloc.

Criteris de correcció:

Cal que la redacció de la resposta s'hagi fet de manera coherent, amb correcció i claredat, emprant la notació i el vocabulari matemàtic adequats i expressant la solució de manera clara.

a) Escriure el sistema: 0,25 punts per equació correcta. Resposta a la pregunta: 0,25 punts.

b) Resolució del sistema en funció de y: 0,25 punts. Justificació del fet que z és múltiple de 3: 0,25 punts. Justificació del fet que x és múltiple de 4: 0,25 punts.

c) Obtenció de l'equació addicional: 0,25 punts. Resolució del sistema: 0,5 punts. Obtenció de la solució final: 0,25 punts.

Exercici 3

a) Considerem els esdeveniments:

$P_1 =$ l'estudiant és de primer any

$P_2 =$ l'estudiant és de segon any

$A =$ l'estudiant aprova l'assignatura

A partir de l'enunciat, sabem les probabilitats següents:

$$P(P_1) = 0{,}70, \quad P(P_2) = 1 - 0{,}70 = 0{,}30$$

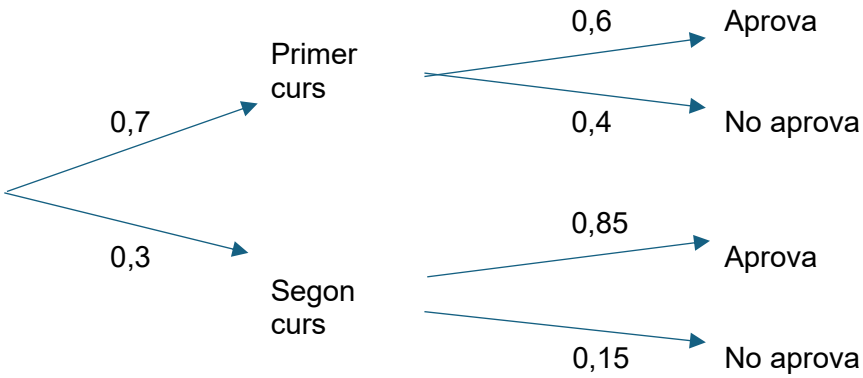
$$P(A|P_1) = 0{,}60, \quad P(A|P_2) = 0{,}85$$

Per a calcular la probabilitat que un estudiant escollit a l'atzar aprovi, utilitzem el teorema de les probabilitats totals:

$$P(A) = P(A \cap P_1) + P(A \cap P_2) = P(A|P_1)P(P_1) + P(A|P_2)P(P_2)$$
$$= (0{,}60 \times 0{,}70) + (0{,}85 \times 0{,}30) = 0{,}42 + 0{,}255 = 0{,}675$$

Per tant, la probabilitat que un estudiant escollit a l'atzar aprovi l'assignatura és de $0{,}675$.

També ho podem plantejar mitjançant un diagrama d'arbre:



Ara hem de calcular quina és la probabilitat que un estudiant sigui de primer curs, si sabem que ha aprovat l'assignatura. Utilitzarem el teorema de Bayes:

$$P(P_1|A) = \frac{P(A|P_1)P(P_1)}{P(A)} = \frac{0{,}60 \times 0{,}70}{0{,}675} = \frac{0{,}42}{0{,}675} = \frac{28}{45} \approx 0{,}6222$$

Per tant, la probabilitat que un estudiant que ha aprovat l'assignatura sigui de primer any és aproximadament de $0{,}6222$.

b) Sabem que l'interval de confiança amb un nivell de confiança $\gamma \epsilon (0{,}1)$ per a la proporció, quan la mida de la mostra és gran, és donat per

$$\left[\hat{p} - z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]$$

Tenim les dades següents:

Mida mostral: $n = 80$

Nombre d'èxits (aprovats): $x = 55$

Proporció mostral: $\hat{p} = \frac{x}{n} = \frac{55}{80} = 0{,}6875$

Nivell de confiança: $\gamma = 0{,}95 \Rightarrow z_\gamma = 1{,}96$

Calculem

$$1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}6875 \times 0{,}3125}{80}} \approx 0{,}1016.$$

Per tant, l'interval de confiança del 95 % és

$$[0{,}6875 - 0{,}1016;\ 0{,}6875 + 0{,}1016] = [0{,}5859;\ 0{,}7891].$$

L'interval de confiança del 95 % per a la proporció d'aprovats, després d'aplicar el nou mètode, és $[0{,}586;\ 0{,}789]$, és a dir, el percentatge d'aprovats després d'aplicar el mètode està entre el $58{,}6\ \%$ i el $78{,}9\ \%$ amb una confiança del 95 %.

Segons el que hem calculat a l'apartat anterior, la proporció d'aprovats abans del nou mètode era de $0{,}675$; és a dir, aprovava un percentatge del $67{,}5\ \%$. L'interval de confiança obtingut $[0{,}586;\ 0{,}789]$ inclou el valor $0{,}675$; per tant, amb un nivell de confiança del 95 % no podem afirmar que el nou mètode hagi millorat la taxa d'aprovats.

Criteris de correcció:

Cal que la redacció de la resposta s'hagi fet de manera coherent, amb correcció i claredat, emprant la notació i el vocabulari matemàtic adequats i expressant la solució de manera clara.

a) Assignació correcta d'esdeveniments: 0,25 punts. Càlcul de la primera probabilitat demanada: 0,5 punts. Càlcul de la segona probabilitat demanada: 0,5 punts.

b) Càlcul de la proporció mostral: 0,25 punts. Interpretació correcta de la fórmula i substitució correcta de cada paràmetre pel seu valor: 0,5 punts. Resultat final: 0,25 punts. Justificació correcta del que no podem afirmar a partir del resultat: 0,25 punts.

Exercici 4

OPCIÓ A

a) Durant el curs passat es van dur a terme $96 + 84 = 180$ activitats presencials, d'un total de 240 activitats. Per tant, la probabilitat que una inscripció correspongui a una activitat presencial és

$$p = P(\text{presencial}) = \frac{180}{240} = 0{,}75.$$

Per tant, la probabilitat que una inscripció sigui d'una activitat no presencial és

$$q = 1 - p = 0{,}25.$$

Considerem la variable aleatòria

$X =$ nombre d'inscripcions a activitats presencials.

Atès que es reben 15 inscripcions independents, la variable X segueix una distribució binomial

$$X \sim \mathrm{B}(15, 0{,}75).$$

La probabilitat que exactament 10 de les 15 inscripcions siguin per a activitats presencials és

$$P(X = 10) = \binom{15}{10} (0{,}75)^{10} (0{,}25)^{5} \approx 0{,}1651.$$

El valor esperat d'una variable binomial és

$$E(X) = n \cdot p = 15 \cdot 0{,}75 = 11{,}25.$$

És a dir, la probabilitat que hi hagi exactament 10 inscripcions d'activitats presencials és de 0,1651 i el nombre esperat d'inscripcions presencials és d'11.

b) Considerem ara les variables següents
$x =$ nombre d'activitats en què ha participat la Carme,
$y =$ nombre d'activitats en què ha participat el Saïd,
$z =$ nombre d'activitats en què ha participat el Martí.
Traduïm la informació de l'enunciat en equacions. D'una banda, sabem que la Carme ha participat en 30 activitats més que el Martí, per tant,

$$x = z + 30.$$

D'altra banda, també sabem que el Saïd ha participat en 18 activitats més que el Martí, és a dir,

$$y = z + 18.$$

Finalment, entre tots tres han dut a terme 240 activitats, per tant,

$$x + y + z = 240.$$

Obtenim així el sistema d'equacions següent:

$$\begin{cases} x - z = 30, \\ y - z = 18, \\ x + y + z = 240. \end{cases}$$

Apliquem el mètode de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 30 \\ 0 & 1 & -1 & 18 \\ 1 & 1 & 1 & 240 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 30 \\ 0 & 1 & -1 & 18 \\ 0 & 1 & 2 & 210 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 30 \\ 0 & 1 & -1 & 18 \\ 0 & 0 & 3 & 192 \end{array}\right).$$

I obtenim la solució del sistema:

$$x = 94, y = 82, z = 64.$$

Per tant, la Carme ha participat en 94 activitats; el Saïd, en 82, i el Martí, en 64.

Criteris de correcció:

Cal que la redacció de la resposta s'hagi fet de manera coherent, amb correcció i claredat, emprant la notació i el vocabulari matemàtic adequats i expressant la solució de manera clara.

a) Càlcul de la probabilitat que una inscripció sigui d'una activitat presencial: 0,25 punts. Plantejament de la binomial: 0,25 punts. Càlcul de la binomial: 0,5 punts. Càlcul del valor esperat: 0,5 punts.
b) Plantejament de les equacions del sistema: 0,5 punts. Resolució del sistema: 0,5 punts.

OPCIÓ B

a) En primer lloc, hem de resoldre l'equació $f(t) = 20$, és a dir,

$$\frac{100t}{t^2 + 4} = 20.$$

Obtenim

$$100t = 20(t^2 + 4).$$

Simplificant i reordenant els termes, ens queda l'equació de segon grau

$$t^2 - 5t + 4 = 0.$$

Les solucions d'aquesta equació són $t = 1$ i $t = 4$.
Per tant, el nombre de famílies inscrites als tallers és exactament 20 el primer i el quart dia posteriors a l'inici de la campanya.

Per determinar el valor màxim de la funció, calculem la derivada de $f(t)$ i la igualem a zero:

$$f'(t) = \frac{100(t^2 + 4) - 100t \cdot 2t}{(t^2+4)^2}.$$

Imposant $f'(t) = 0$ i simplificant el numerador, obtenim

$$100(t^2 + 4 - 2t^2) = 0,$$

és a dir,

$$100(4 - t^2) = 0.$$

Aquesta equació té dues solucions: $t = 2$ i $t = -2$. Atès que, en el context del problema $t \geq 0$, es descarta la solució negativa.
Utilitzant la continuïtat de la derivada, per a comprovar que $t = 2$ correspon a un màxim, estudiem el signe de la derivada:
si $0 < t < 2$, aleshores $f'(t) > 0$ i la funció és creixent;
si $t > 2$, aleshores $f'(t) < 0$ i la funció és decreixent.
Per tant, en $t = 2$ la funció assoleix un màxim. Calculem ara el valor d'aquest màxim:

$$f(2) = \frac{100 \cdot 2}{2^2 + 4} = 25.$$

Així, el nombre màxim de famílies inscrites és de 25 i s'assoleix el segon dia des de l'inici de la campanya.

b) Hem de calcular ara el producte de la matriu de repartiment percentual pel vector d'hores totals:

$$R \cdot h = \begin{pmatrix} 0{,}50 & 0{,}30 & 0{,}20 \\ 0{,}30 & 0{,}50 & 0{,}20 \\ 0{,}20 & 0{,}20 & 0{,}60 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 24 \\ 21 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21{,}3 \\ 20{,}7 \\ 18 \end{pmatrix}.$$

El vector obtingut indica el nombre total d'hores que ha dedicat cadascun dels tres amics a la preparació de les activitats: la primera component correspon a la Carme; la segona, al Saïd, i la tercera, al Martí.
Observem, per tant, que la persona que ha dedicat més hores a la preparació és la Carme, amb 21,3 hores.

Criteris de correcció:

Cal que la redacció de la resposta s'hagi fet de manera coherent, amb correcció i claredat, emprant la notació i el vocabulari matemàtic adequats i expressant la solució de manera clara.

a) Plantejament de l'equació que cal resoldre: 0,25 punts. Obtenció de les dues solucions: 0,5 punts. Càlcul de la derivada: 0,25 punts. Obtenció i comprovació de l'extrem: 0,25 punts. Obtenció del nombre màxim de famílies inscrites: 0,25 punts.

b) Càlcul del producte de matrius: 0,5 punts. Interpretació del producte: 0,25 punts. Obtenció de la persona que hi ha dedicat més hores: 0,25 punts.